

# FEM-Untersuchung des thermodynamischen und thermomechanischen Verhaltens bei der Erstarrung von einem Stahlgußteil

S. Yilmaz

**Zusammenfassung** Numerische mathematische Methoden wie die Finite Elemente Methode (FEM) ermöglichen auch bei metallurgischen Problemstellungen praktische und effektive Lösungen. Bei der Erstarrung von Legierungen treten unerwünschte Verschiebungen auf. Für ihre Vermeidung ist es erforderlich, daß ihr Auftreten im Vorfeld ermittelt werden kann. In dieser Arbeit wird die Modellierung eines Stahlgußteil mit der zugehörigen Gußform mit der FEM-Software Ansys vorgestellt. Die Phasenübergänge und die Erstarrungsgeschwindigkeiten werden durch eine instationäre Wärmeübertragungsberchnung erfaßt und die thermischen Verschiebungen bzw. Spannungen mit einer gekoppelten Strukturberechnung simuliert. Damit werden die maximalen Spannungen bzw. Verchiebungen in den kritischen Bereichen des Stahlgußprodukts ermittelt. Die so gewonnenen Ergebnisse sind in Übereinstimmung mit den praktischen Beobachtungen.

## ***FEM-investigation of thermodynamical and thermomechanical behaviour of the solidification of a steel casting***

**Abstract** The simulation of the casting development of metals and alloys using FEM (finite-elements-methods) requires time dependent heat transfer calculations. This type of non-linear calculations, that uses temperature dependent material properties affords material properties such as enthalpy, thermal conductivities specially between liquid-solid phase transformation zone. In this study the solidification of DIN 1.7218 alloy steel was simulated by time dependent heat transfer calculations and solidification rate was defined. Obtained heat transfer results for every time step used as boundary conditions in the next the coupled structural calculations realised to find the stress and displacements distributions on the casted product. It was observed, that the simulation is in accordance with the practical data.

Eingegangen: 1. März 2002

S. Yilmaz  
Istanbul Universität (IU), Fakultät für Ingenieurwesen,  
Abteilung für Metallurgie und Material-Ingenieurwesen,  
34850 Avcilar/Istanbul, Türkei

This work was supported by the research Fund of the University of Istanbul, Project number 1772/21122001

## **1 Einleitung**

Durch den Einsatz der Finite-Elemente-Methode (FEM) in Forschung und Industrie ist man bestrebt, wesentliche Schritte von Prozess- und Materialentwicklung mit Hilfe von Computersimulationen abzuwickeln. Das Ziel der Werkstoffmodellierung besteht darin, die Eigenschaften, die Anwendbarkeit sowie den Herstellungsaufwand und den Ablauf des Produktionsprozesses derart vorher zu bestimmen, daß der experimentelle Aufwand minimiert werden kann.

Die mathematischen Grundlagen der FEM sind in der Literatur [1, 2] ausführlich behandelt worden. Die wesentlichsten Berechnungsschritte können wie folgt zusammengefaßt werden :

- Schritt 1:** Definition des zu analysierenden Berechnungsausschnittes, Festlegen der Randbedingungen und Unterteilung in Finite Elemente.
- Schritt 2:** Die Elemente werden untereinander durch eine endliche Zahl von Knoten verbunden, die an den Elementgrenzen liegen. Die Verschiebungen der Knoten sind die unbekanntenen Variablen (bei anderen Problemstellungen können diese die Temperatur, Druck usw. sein) (s. Bild 1).
- Schritt 3:** Eine Funktion wird gewählt, die auf eindeutige Weise die Verschiebungen innerhalb des Elementes in Abhängigkeit der Knotenverschiebungen definiert (*Form-oder Interpolationsfunktion*).
- Schritt 4:** Durch Einführen das eines *Stoffgesetzes* (z. B. linearelastisch, elastoplastisch usw.) ist der Spannungs- und Dehnungszustand innerhalb von jedem Element definiert.
- Schritt 5:** Das zu lösende Gleichungssystem ergibt sich in seiner einfachsten Form zu:

$$[K] \cdot \{a\} = \{f\} \quad (1)$$

wobei  $[K]$  die Steifigkeitsmatrix,  $\{a\}$  der Vektor der (Knoten-) Variablen und  $\{f\}$  der Belastungsvektor ist. Es ist offensichtlich, daß geeignete Interpolationsfunktionen – d.h. *Elementtypen* – ausgewählt werden müssen, um für die jeweilige Problemstellung eine gute Näherungslösung zu erzielen [1–3].

## **2 Benötigte Grundlagen der Wärmeübertragung**

Die vielseitigen Möglichkeiten der FEM können für die Lösung verschiedener Struktur-, Wärmeübertragungs- und komplexerer Probleme (wie z.B. gekoppelte

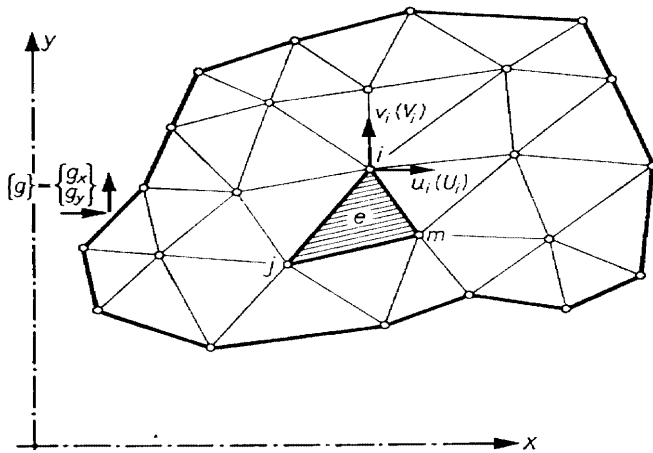


Bild 1. Schematische Darstellung der Knoten und Elemente bei einem typischen ebenen Spannungszustand [1]

Wärmeübertragungs-Strukturprobleme) effektiv eingesetzt werden [1, 2].

Die Simulation der Erstarrung von einem Gußteil beruht auf der Lösung der instationären Wärmeübertragungsgleichungen. Für die Berechnung der Wärmeübertragung innerhalb eines räumlichen Körpers, s. Bild 2, wird angenommen, daß das Material dem Fourierschen Wärmeleitungsgesetz

$$\begin{aligned} q_x &= -k_x(\partial T/\partial x); \\ q_y &= -k_y(\partial T/\partial y); \quad q_z = -k_z(\partial T/\partial z) \end{aligned} \quad (2)$$

gehört; dabei sind  $q_x, q_y, q_z$  die pro Flächeneinheit übertragenen Wärmeströme, d.h. Wärmestromdichten,  $T$  ist die Temperatur des Körpers und  $k_x, k_y, k_z$  sind die Wärmeleitfähigkeiten in Bezug auf die drei Raumkoordinaten  $x, y, z$ . Die Forderung nach Gleichgewicht des Wärmestroms im Inneren des Körpers liefert für den stationären Fall

$$\begin{aligned} \partial/\partial x[k_x(\partial T/\partial x)] + \partial/\partial y[k_y(\partial T/\partial y)] \\ + \partial/\partial z[k_z(\partial T/\partial z)] = -q^B \end{aligned} \quad (3)$$

Bei instationären, d.h. zeitabhängigen Problemen ergibt sich

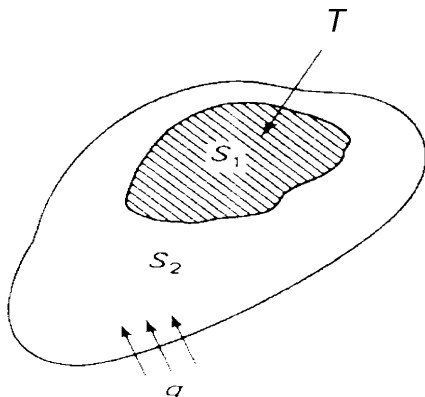


Bild 2. Wärmeübertragung bei einem 3D-Körper [2]

$$\begin{aligned} \partial/\partial x[k_x(\partial T/\partial x)] + \partial/\partial y[k_y(\partial T/\partial y)] \\ + \partial/\partial z[k_z(\partial T/\partial z)] = c(\partial T/\partial t) - q^B \end{aligned} \quad (4)$$

wobei  $q^B$  die pro Volumeneinheit erzeugte Wärmemenge,  $c$  die Wärmekapazität und  $t$  die Zeit darstellt. Auf den Oberflächen des Körpers müssen die folgenden Randbedingungen

$$T/s1 = T_e \quad (5)$$

$$q_s = h_f(T_e - T^s) \quad (6)$$

erfüllt sein. Hierbei bezeichnet  $T_e$  die Umgebungstemperatur,  $T^s$  die Temperatur auf äußeren Flächen, und  $q_s$  durch die Oberfläche des Körpers zugeführte Wärmestromdichte.  $h_f$  entspricht den Wärmeübergangskoeffizienten [1, 2, 4].

### 3 Innere Energie, Enthalpie und spezifische Wärmekapazität bei Phasenwechsel

Das spezifische Volumen der Festkörper bzw. der Flüssigkeiten ist im Bereich nicht zu hoher Drücke in guter Näherung konstant, so daß diese als inkompressible Festkörper bzw. Flüssigkeiten betrachtet werden können. Die Änderung der inneren Energie bei einer Temperaturänderung ergibt sich somit zu [5]

$$u_2 - u_1 = \int_1^2 c(T) dT \quad (7)$$

wobei  $u_2 - u_1$  die Änderung der inneren Energie in Abhängigkeit der temperaturabhängigen spezifischen Wärmekapazität darstellt. Die Änderung der Enthalpie der inkompressiblen Stoffe kann mit Hilfe der allgemeinen Enthalpiedefinition bestimmt werden [5]:

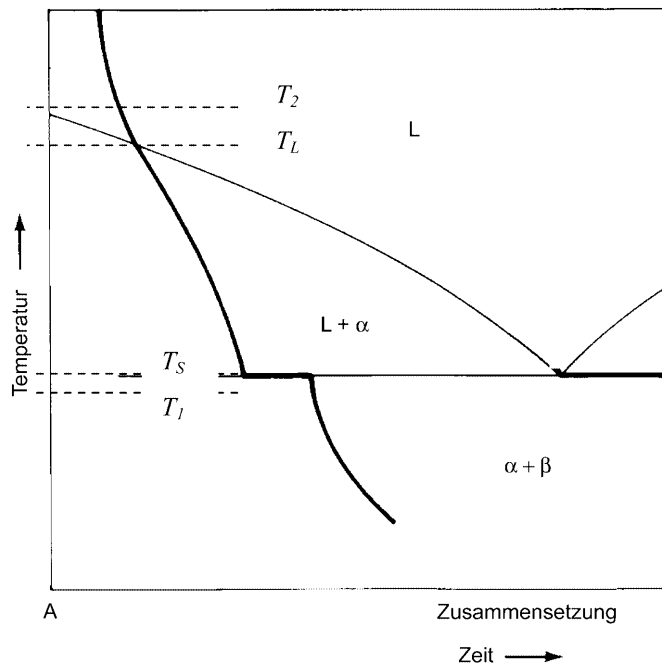
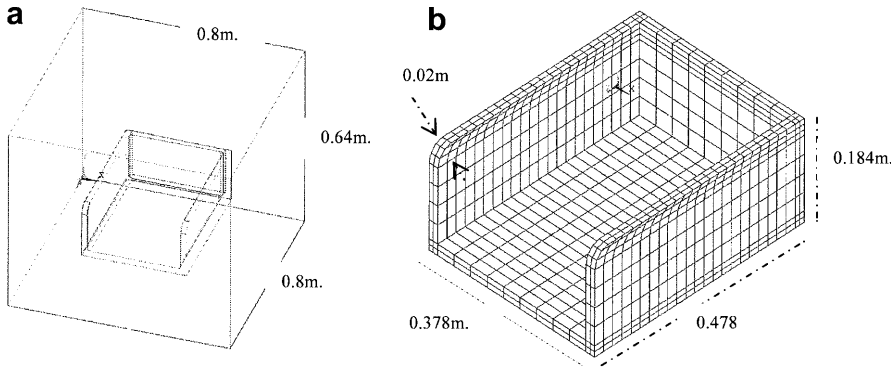


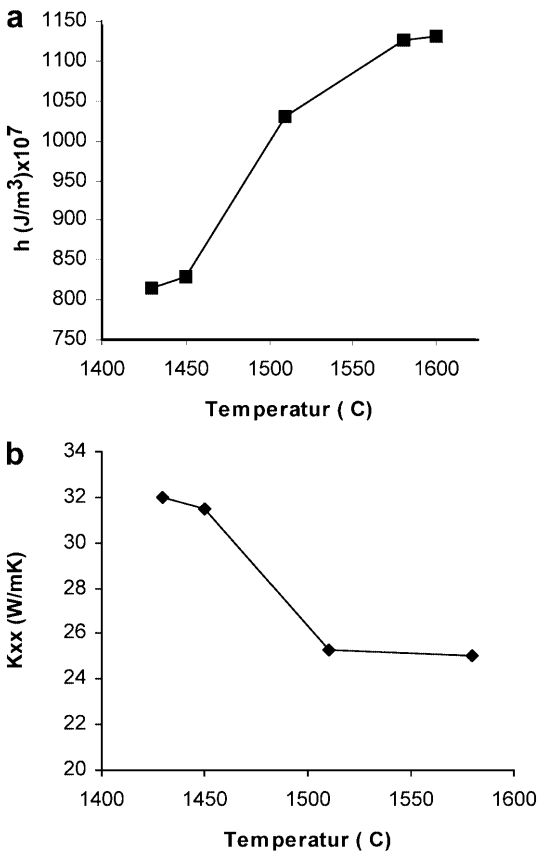
Bild 3. Erstarrungsverhalten von einer typischen Legierung [6]



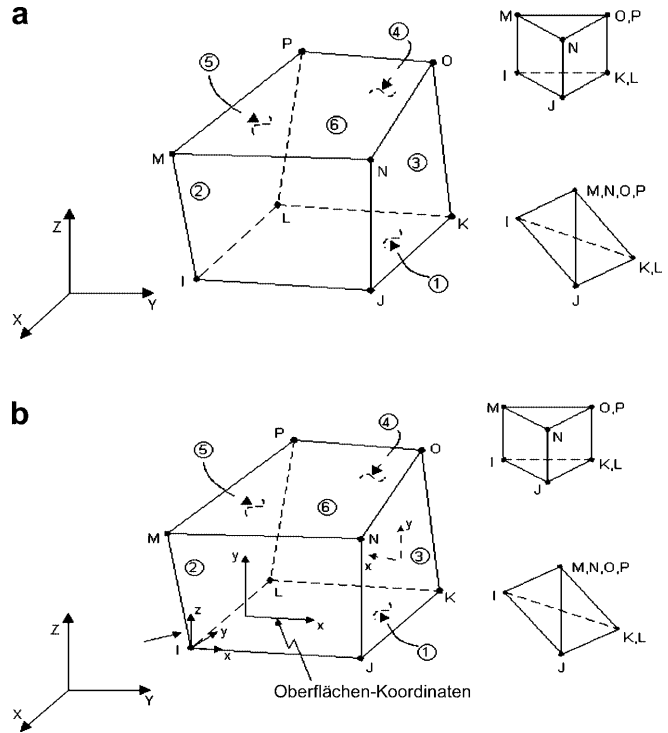
**Bild 4.** a Geometrisches Modell für die Sandform und das Stahlprodukt, b FE-Modell für das Stahlprodukt

**Tabelle 1.** Typische Bestandteile des Stahlguß (DIN 1.7218) [8]

C	Mn	Cr	Mo
0.28–0.33	0.40–0.60	0.80–1.10	0.15–0.25



**Bild 5.** a Enthalpie des Gußstahls [7] b Wärmeleitfähigkeit des Gußstahls [8, 10]



**Bild 6.** a 3D Solid 70 Elementtyp, b 3D Solid 45 Elementtyp [4]

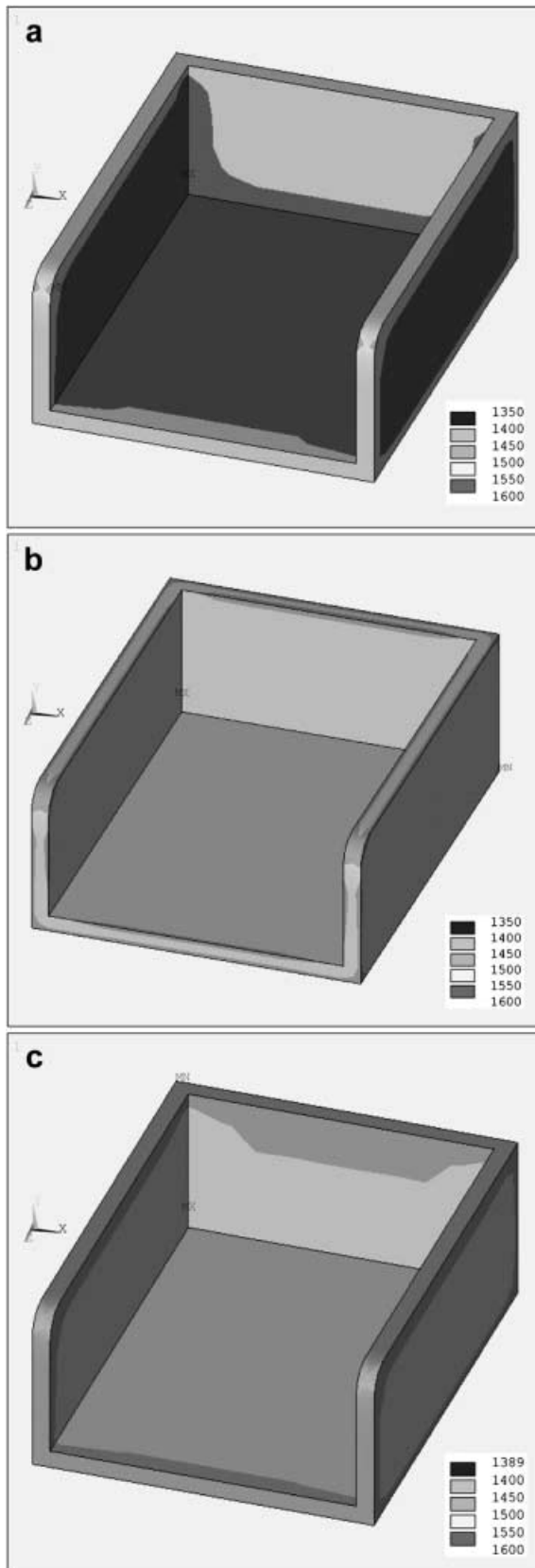
$$h = u + pv \rightarrow dh = du + d(pv) \rightarrow h_2 - h_1 = u_2 - u_1 + v(p_2 - p_1) \quad d.h. \quad \Delta h = \Delta u + v\Delta p \quad (8)$$

wobei  $h$  = Enthalpie,  $u$  = innere Energie,  $p$  = Druck und  $v$  = spezifischen Volumen des Stoffes beschreiben. Der zweite Ausdruck ( $v\Delta p$ ) in (8) ist in der Regel vernachlässigbar klein [5].

Bei Metallen und Legierungen liegt – wie in Bild 3 [6] dargestellt ist – ein Temperaturintervall vor, in dem der Phasenübergang fest/flüssig stattfindet. Die Grenzen des

**Tabelle 2.** Physikalische Eigenschaften der verwendeten Werkstoffe [8–11]

Werkstofftyp 1 für den Stahl (DIN 1.7218)			Werkstofftyp 2 für die Form (Silika Sand)		
T (°C)	$\alpha \times 10^{-6}/K$	E-Modul (GPa)	Kxx (W/mK)	$\rho$ (kg/m³)	Sp. Wärme (J/kgK)
20	12.20	200	0.80	1494	2.56
1450	13.70	179	–	–	–
1510	13.90	152	–	–	–



**Bild 7a–c.** Temperaturverteilungen in der Gußform zu unterschiedlichen Zeitpunkten (a = 100 s, b = 360 s, c = 1000 s) nach Beginn der Abkühlung/Erstarrung (alle Werte in °C)

Intervalls werden als Solidus ( $T_S$ )- und Liquidustemperatur ( $T_L$ ) bezeichnet. Beim Erstarren einer Schmelze kühlt das Material ab, bis der Liquiduspunkt erreicht ist. Dann beginnt die Kristallisation unter Freisetzung von Energie. Bei weiterer Energieabfuhr ist diese Kristallbildung von einer weiteren Abkühlung begleitet. In diesem Zustand liegt ein Gemisch von Schmelze und Kristallen vor. Das Verhältnis der Anteile von Schmelze zu Kristallen ist temperaturabhängig. Erst bei Erreichen und Unterschreiten der Solidustemperatur liegt ein vollständig erstarrtes Material vor [7].

Für ein Temperaturintervall von  $T_1$  bis  $T_2$  mit  $T_1 < T_S < T_L < T_2$  das den Phasenübergangsbereich zwischen  $T_S$  und  $T_L$  einschließt gilt daher (Bild 3)

$$\Delta h_{(T_2-T_1)}^\xi = h_{(T_2)}^\xi - h_{(T_1)}^\xi = v^L \rho^L \int_{T_L}^{T_2} Cp^L dT + h_{lat} + v^S \rho^S \int_{T_1}^{T_S} Cp^S dT \quad (9)$$

wobei  $v$  das Volumen,  $\rho$  die Dichte,  $h_{lat}$  die latente Wärme (Schmelzenthalpie) bezeichnen. Die Indizes  $L$  bzw.  $S$  indizieren den Zustand flüssig bzw. fest. Die Enthalpie  $h$  einer Legierung ist im Wesentlichen von der Temperatur  $T$  und ihrer Zusammensetzung  $\xi$  abhängig.

Der Verlauf der latenten Wärme wird im Phasenübergangsbereich zwischen der unteren Temperatur ( $T_S$ ) und oberen Temperatur ( $T_L$ ) die Enthalpiefunktion durch einen stufenförmigen Verlauf angenähert. Bei der numerischen Lösung einer Erstarrungsaufgabe mit Phasenwechsel wird der zeitliche Ablauf entsprechend schrittweise ermittelt [7].

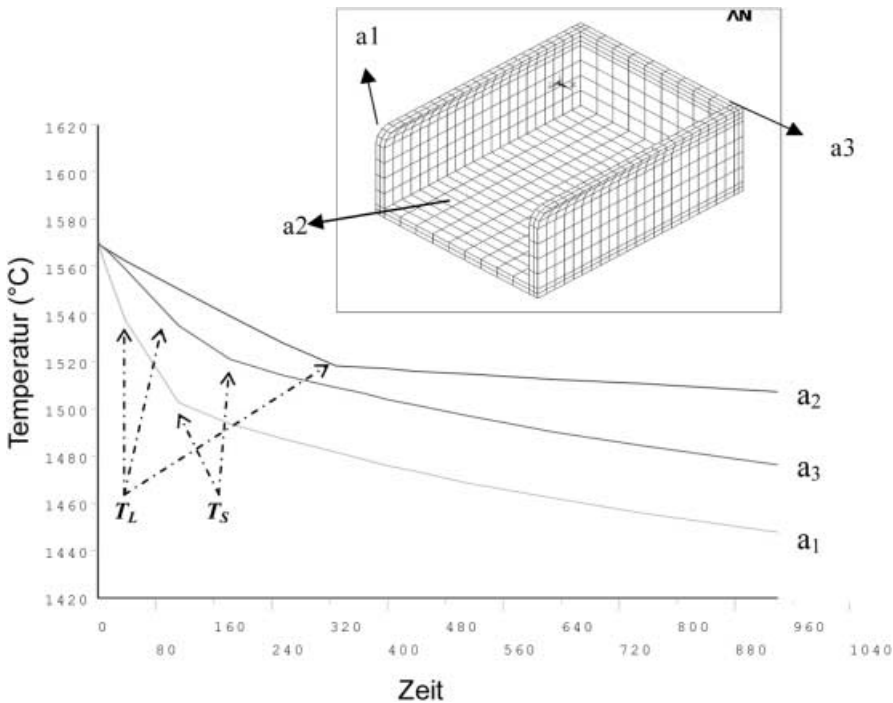
#### 4

##### Problemstellung und numerisches Berechnungsmodell

Verschiebungen und Ausdehnungen infolge thermischer Spannungen der metallischen Gußprodukte sind häufig auftretende Probleme. Für die Beseitigung dieser Probleme ist es unbedingt erforderlich, die kritischen Verschiebungs- bzw. Ausdehnungsbereiche nach Betrag und Richtung im Vorfeld bestimmen zu können, um ggf. die entsprechenden Gegenmaßnahmen einleiten zu können [3].

In dieser Arbeit wird die Modellierung eines Gußteil aus Stahl (DIN 1.7218 [8]) mit seiner Silika-Sandform [9] durch die ANSYS FEM-Software [4, 10] dargestellt. Eine instationäre Wärmeübertragungsberechnung wird für den Phasenübergang und anschließend eine thermomechanisch gekoppelte Strukturberechnung für die Bestimmung der Verschiebungen bzw. Spannungen durchgeführt. Hiermit können die Erstarrungsgeschwindigkeiten und die maximalen Spannungen bzw. Verschiebungen in kritischen Bereichen vom Stahlgußteil ermittelt werden.

Für die Simulation des auftretenden Phasenwechsels fest/flüssig wird das gesamte Gußteil inklusive der zugehörigen Gußform erfaßt (s. Bild 4a). In dem Berechnungsmodell werden zwei unterschiedliche (isotrope) Werkstoffe berücksichtigt – Stahl (DIN 1.7218, s.a. Tabelle 1) und Silika-Sand.



**Bild 8.** Erstarrungsgeschwindigkeiten von ausgewählten Bereichen im Modell ( $a_1$ ,  $a_2$ ,  $a_3$ )

Die für die nichtlineare Wärmeübertragungsberechnung erforderlichen Stoffwerte des Stahls bzw. des Silikasandes sind in Bild 5 bzw. in Tabelle 2 aufgelistet [7–10].

Die für die gekoppelte Strukturberechnung benötigten zusätzlichen des Stahls (E-Modul, Wärmeausdehnungskoeffizienten, Poissonzahl) sind ebenfalls in Tabelle 2 enthalten [7–10].

Bild 4 enthält die Darstellung des FEM-Modells. Im Modell werden zwei unterschiedliche Elementtypen verwendet. Für die instationäre Wärmeübertragungsberechnung wird der prismatische 4-Eck-8-Knoten „3D Solid 70“ Elementtyp verwendet (s. Bild 6a) [4]. Für die gekoppelte thermomechanische Strukturanalyse wird hingegen das sog. „3D Solid 45“ Element verwendet (s. Bild 6b).

#### 4.1

##### Instationäre Wärmeübertragungsanalyse

Vor der Berechnung ist es erforderlich die Randbedingungen festzulegen und vorzugeben. Eine der wichtigen Voraussetzungen ist der Zeitverlauf für die Erstarrung des flüssigen Stahlgusses. Bei derartigen Gießprozessen beträgt der Vorgang für die Erstarrung nach ersten Soliduspunkt ungefähr 1000 s [11], weswegen diese 1000 s als Berechnungsintervall verwendet werden. Die anderen Randbedingungen sind wie folgend:

Zum Zeitpunkt  $t_0 = 0$  ist die Sandform mit dem flüssigen Stahl vollständig gefüllt und weist eine konstante Temperatur von 1570 °C auf. Für die freie Konvektion auf der Außenoberfläche der Sandform wird ein konstanter Wärmeübergangskoeffizient von 12 W/(m<sup>2</sup>K) angenommen, die Wärmestrahlung wird hingegen vernachlässigt [10, 11].

Die Ergebnisse der Berechnungen sind in Bild 7 in Form von Temperaturverläufen für die Zeitpunkte  $t = 100$  s.,  $t = 360$  s. und  $t = 1000$  s nach Beginn des Abkühlungs- bzw. Erstarrungsprozesses dargestellt.

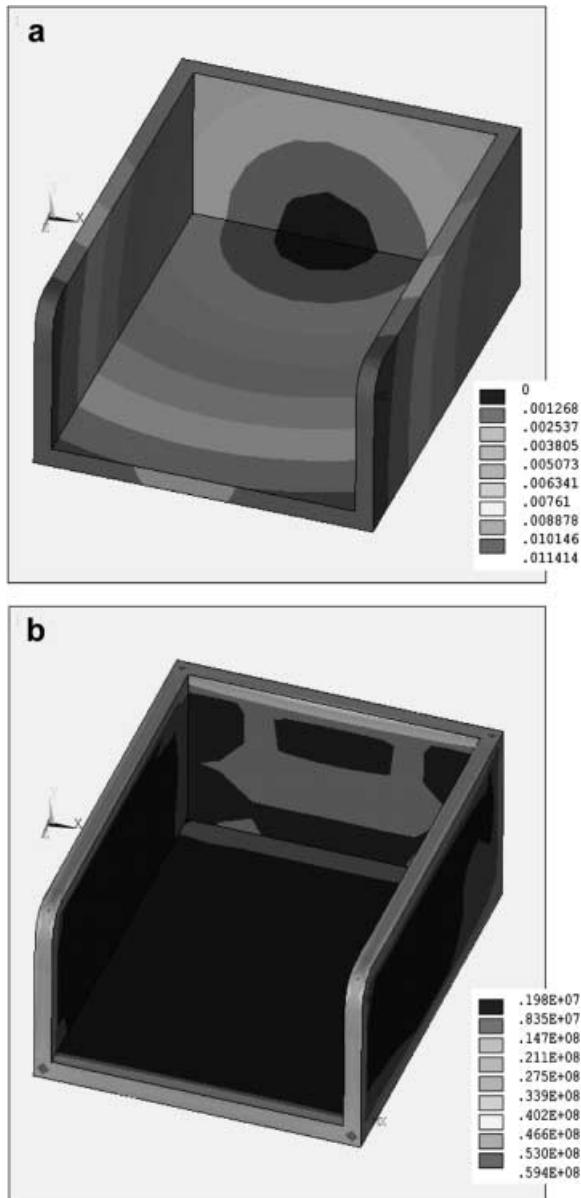
Bild 8 enthält die Erstarrungsgeschwindigkeiten der ausgewählten kritischen Bereiche  $a_1$ ,  $a_2$ , und  $a_3$  im erstarrenden Stahlprodukt. Bis zum ersten „Abknicken“ der Kurven  $a_1$ ,  $a_2$  und  $a_3$  sinkt die Temperatur des flüssigen Stahls gleichmäßig. Dieser erste „Abknickpunkt“ ist die Liquidustemperatur ( $T_L$ ) der Legierung für jeden der ausgewählten Bereiche.  $T_L$  beträgt bei  $a_1$  1540 °C, bei  $a_3$  1535 °C und bei  $a_2$  1520 °C. Die Kurve  $a_1$  verläuft steiler und beschreibt somit eine stärkere Abkühlung.

Die Kristallisation beginnt unter Freisetzung von Energie. Diese ohne Temperaturänderung abgegebene Energie wird als latente Wärme ( $h_{lat}$ ) bzw. als Schmelzenthalpie bezeichnet. Bei weiterer Energieabfuhr erfolgt gleichzeitig Kristallbildung sowie weitere Abkühlung. In diesem Zustand liegt ein Gemisch von Schmelze und Kristallen vor. Das Verhältnis der Anteile von Schmelze zu Kristallen ist temperaturabhängig. Erst bei Erreichen und Unterschreiten der Solidustemperatur liegt ein vollständig erstarrtes Material vor. Die Erstarrung in  $a_1$  erfolgt aufgrund der besseren Wärmeabfuhr schneller als in  $a_3$  und  $a_2$ . Eine erhöhte Erstarrungsgeschwindigkeit kann zur verstärkten Feinkornkristallbildung führen. In  $a_1$  beginnt  $T_s$  bei 1500 °C und  $t = 80$ s.

#### 4.2

##### Thermomechanisch gekoppelte Strukturanalyse

Die erhaltenen Ergebnissen von der instationären Wärmeübertragungsberechnung werden als Basis für die thermomechanisch gekoppelte Strukturanalyse verwendet. Für die Berechnung wurde das gleiche Basismodell (Bild 4b) benutzt, aber der Elementtyp Solid 45 (Bild 6) verwendet. Die verwendeten physikalischen Werkstoffeigenschaften sind in Tabelle 2 aufgeführt. Die zeitliche Abstufung erfolgt in Intervallen von  $t = 100$  s. Dieses Zeitintervall ergibt sich aus dem kritischen Bereich  $a_1$  bei  $T_s \sim 1500$  °C (s. Bild 8).



**Bild 9a, b.** Ergebnisse der thermomechanisch gekoppelten Strukturanalyse nach 100 s. **a** Verschiebungsverteilung von Knoten, Angaben in m **b** Spannungsverteilung, Angaben in Pa

Die Ergebnisse der Strukturanalyse sind in Bild 9 dargestellt. Die Verschiebungen infolge der thermischen Spannungen sind entscheidend für die endgültige Geometrie des erstarrten Metalls. In dem betrachteten Beispiel treten die maximalen Verschiebungen im Bereich  $a_1$  auf. Zur Vermeidung der auftretenden Formfehler des Gußteils sind diese durch eine entsprechende Korrektur der Gußform zu vermeiden.

## 5 Schlußbemerkung

Anhand der instationären Wärmeübertragungsberechnung kann der zeitliche Ablauf der Temperaturverteilungen schrittweise berechnet, der Phasenwechsel simuliert, und die Erstarrungsgeschwindigkeit bestimmt werden.

Die Verschiebungen bzw. Spannungen infolge thermischer Belastung im Phasenwechselbereich können durch die thermomechanisch gekoppelten Strukturberechnungen analysiert werden, um eine Korrektur der Gußform vornehmen zu können.

## Literatur

1. Zienkiewicz OC (1975) Methode der Finiten-Elemente. Carl Hanser Verlag, München
2. Bathe KJ (1986) Finite-Elemente-Methoden. Springer Verlag, Berlin
3. Yilmaz S, Schweiger HF (1997) Stahl und Eisen 6, 117, 71-74
4. ANSYS-Software Theory Manuel Book, Swanson Analysis Inc, Houston
5. Cengel AY, Boles MA (1989) Thermodynamics: An engineering approach. Mc Graw-Hill
6. ASM Handbook Comm. (1992) ASM Handbook: Alloy Phase Diagrams. V.13, ASM Int., USA
7. Groth C, Müller G (2000) FEM für Praktiker - Temperaturfelder. V:3, Expert Verlag, Renningen
8. ASM Handbook Comm. (1992) ASM Handbook: Properties and Selection: Irons, Steel and High Performance Alloys. V.1, ASM Int., USA
9. Salmang H, Scholze H (1982) Keramik, Teil 1, Springer Verlag, Berlin
10. ANSYS-Software Work Book, Swanson Analysis Inc, Houston
11. ASM Handbook Comm. (1992) ASM Handbook: Casting. V.15, ASM Int., USA